

MODELOS STR PARA EL ANÁLISIS DE LA RESPUESTA NO LINEAL DE LA DEMANDA DE ELECTRICIDAD A LA TEMPERATURA (*)

Julián MORAL CARCEDO

Dpto. Análisis Económico: T^a Económica e H^a Económica
Universidad Autónoma de Madrid
Crtra. Colmenar km 15 28049 Madrid
julian.moral@uam.es
Tlfn. 91 497 23 99.

José VICÉNS OTERO

Dpto. Economía Aplicada
Universidad Autónoma de Madrid
Crtra. Colmenar km 15 28049 Madrid
jose.vicens@uam.es
Tlfn. 91 497 41 91.

Esta investigación es una continuación del proyecto de Actualización y Mejora del modelo THOR que Red Eléctrica de España S.A. encargó a los autores. En este documento se han utilizado resultados derivados de dicho proyecto. Los autores quieren expresar su agradecimiento a Red Eléctrica de España S.A. por la financiación aportada para la realización de dicho proyecto y por facilitar los datos de demanda y de temperatura utilizados en este estudio. Los resultados y comentarios presentados son de responsabilidad exclusiva de los autores y en ningún caso representan la posición de Red Eléctrica de España S.A.

Código JEL: Q41

Palabras clave: Demanda de electricidad, temperatura, modelos no lineales, modelos STR.

ABSTRACT / RESUMEN

La demanda de electricidad es una variable de gran importancia por su vinculación con variables relativas a la actividad y el desarrollo económicos. Sin embargo, la demanda de electricidad también depende de otras variables no económicas, entre las que destaca la climatología. El objetivo de esta investigación es analizar el efecto de las temperaturas en la variabilidad de la demanda diaria total de energía eléctrica a nivel peninsular, en especial, la caracterización de la no linealidad de la respuesta de la demanda a las variaciones en la temperatura. Este objetivo supone tanto delimitar qué modelo o modelos pueden capturar, de forma adecuada, la no linealidad de la demanda, como analizar para qué rangos de temperaturas se altera, cualitativa y/o cuantitativamente, la relación entre demanda de electricidad y temperatura. Como se concluye en este estudio, ambos aspectos pueden abordarse adecuadamente mediante los denominados modelos LSTR (“logistic smooth transition regression”), mejorando aproximaciones anteriores

**MODELOS STR PARA EL ANÁLISIS DE LA RESPUESTA NO LINEAL DE LA
DEMANDA DE ELECTRICIDAD A LA TEMPERATURA**

Abril 2004

1.-Introducción

Los requerimientos de energía, y en concreto la demanda de electricidad de un país se hallan fuertemente vinculados a factores climatológicos, los cuales explican en gran medida su variabilidad intraanual. Entre los factores meteorológicos que afectan a la demanda de electricidad, la temperatura ocupa un papel destacado, si bien, esta variable no es la única considerada en la literatura. Así, Sailor y Muñoz (1997) o Yan (1998) utilizan datos de temperatura combinados con datos de humedad, velocidad del viento, nubosidad, precipitación atmosférica y radiación solar en la elaboración de una única variable climática que dichos autores relacionan con la demanda de electricidad. No obstante, la opción más habitual, como se ha señalado, es la de emplear la temperatura en exclusiva, dado que sintetiza la información del resto de variables climáticas. Este es el caso de, entre otros, Engle et al. (1986), Vicéns (1988 y 1990), Filippini (1995) Henley y Peirson (1997 y 1998), Considine (2000), Johnsen (2001) , Valor et al. (2001) ó Pardo et al. (2002).

Como señalan las principales investigaciones, la relación existente entre la demanda de electricidad y la temperatura es claramente no lineal. Esta no linealidad hace referencia al hecho de que tanto las disminuciones como los aumentos de temperatura, ligadas a la superación de determinadas temperaturas “umbral”, incrementan la demanda de electricidad. Tal y como recogen Henley y Peirson (1997), esta respuesta está provocada por las diferencias que se producen entre la temperatura ambiente u “*outdoor*” y la temperatura de confort o “*indoor*”, que la mayoría de estimaciones sitúan entre 10°C y 21°C. Al incrementarse el diferencial entre la temperatura ambiente y la de confort, la puesta en funcionamiento del equipamiento correspondiente (calefacción o refrigeración) eleva inmediatamente la demanda de energía. Naturalmente, la curva de respuesta de la demanda a las temperaturas depende

en especial de las características climáticas del área geográfica a la que se refieren los datos de demanda, las cuales condicionan, en definitiva, el equipamiento instalado y las condiciones bajo las que el mismo entrará en funcionamiento. De este modo, en zonas especialmente calurosas apenas se produciría respuesta al frío, y de manera inversa en zonas relativamente frías o templadas, la respuesta al calor estaría ausente o significativamente reducida¹. Asimismo, la noción de temperatura de confort no es un parámetro que pueda considerarse estable o inmutable, dado que variables como la renta, preferencias del consumidor o precio de la energía, pueden producir variaciones sobre la misma.

En el tratamiento de la no linealidad del efecto temperatura, la postura más frecuente en la literatura es la de segmentar las variaciones de temperatura a través de las funciones “frío” ó HDD y “calor” y CDD. Las funciones “*heating degree days*” (HDD) y “*cooling degree days*” (CDD), se definen convencionalmente en versiones mensuales como, $HDD = \sum_{j=1}^{nd} \max(0; T^* - t_j)$ y $CDD = \sum_{j=1}^{nd} \max(0; t_j - T^*)$, donde, nd es el número de días de un mes particular, T^* es la temperatura umbral de frío o calor y t_j , la temperatura observada en el día j .

Estas funciones recogen de modo combinado el número de días en que la temperatura se sitúa por debajo o por encima de los umbrales de frío y calor, y en cuantos grados se ha desviado la temperatura respecto de los umbrales. Dado que no existe una cuantificación estricta de los valores de las temperaturas “umbral”, la concreción de las funciones HDD y CDD puede ser múltiple. Por ejemplo, Vicéns (1988 y 1990), considera las desviaciones de la temperatura media respecto a un umbral

¹ En ocasiones el equipamiento instalado dominante en la demanda se destina a usos distintos de la calefacción o refrigeración (p.ej. equipos deshumidificadores) lo cual puede mermar la utilidad de las temperaturas como variables climáticas.

de 14°C en invierno y de 20°C en verano. Sailor y Muñoz (1997) considera² una temperatura de umbral de 18,3°C tanto para invierno como para verano, cifra similar a los 18°C que consideran Pardo et al (2002) para el caso español.

A pesar de que en la elaboración de las funciones HDD y CDD resulta fundamental la cuantificación de las temperaturas “umbrales”, en la literatura la determinación de las mismas suele realizarse por simple observación gráfica, al representarse la demanda de electricidad³ en relación a la temperatura, y determinando para que valores se produce el cambio de comportamiento en la demanda. Este procedimiento es el seguido, entre otros, por Valor et al. (2001), Pardo et al (2002) o Sailor y Muñoz (1997).

Este procedimiento, si bien resulta sencillo, presenta un componente de subjetividad que puede ser evitado adoptando un procedimiento algo más elaborado como el que se propone en este documento, el cual constituye uno de las principales aportaciones de la investigación que se presenta.

El objetivo de esta investigación es presentar una nueva metodología para analizar el efecto de las temperaturas en la variabilidad de la demanda diaria total de energía eléctrica a nivel peninsular, tratando de determinar la sensibilidad de la demanda a las variaciones en la temperatura. Este objetivo supone tratar de forma especial dos aspectos. En primer lugar supone analizar la temperatura “umbral” para la cual la relación presente entre la demanda de electricidad y temperatura cambia cualitativa y/o cuantitativamente. En segundo lugar supone delimitar qué modelo o modelos pueden capturar, de forma adecuada, la no linealidad de la demanda. Nuestra propuesta es que ambos aspectos pueden abordarse simultáneamente mediante los

² En su investigación referida a Estados Unidos considera dicho umbral salvo para el Estado de Florida, para el que consideran una temperatura umbral de 21°C.

³ El consumo de electricidad ha de ser corregido de tendencia y laboralidad o bien ha de seleccionarse la muestra de forma que la tendencia y la laboralidad sean despreciables

denominados modelos STR (“smooth transition regression”) o modelos TR (“threshold regression”) de amplia difusión y utilización en la literatura econométrica del ciclo económico, cuyas potencialidades en el análisis de la respuesta de la demanda de electricidad no han sido aún explotadas, constituyendo este artículo la primera ocasión, hasta donde conocemos, en que estos modelos se emplean con ese fin.

En el apartado siguiente se describe en detalle las variables utilizadas en este estudio, en especial, se detallan las pautas seguidas para la construcción de una variable sintética de temperatura, así como el tratamiento al que se ha sometido a la variable de demanda de electricidad de forma previa al análisis del efecto de la temperatura. Este análisis se presenta en el tercer apartado, en el cual se analizan las principales características de la respuesta de la demanda de electricidad a las variaciones de temperatura, ofreciéndose los resultados de la estimación del modelo STR propuesto. Por último, este artículo se cierra con las principales conclusiones derivadas de este estudio.

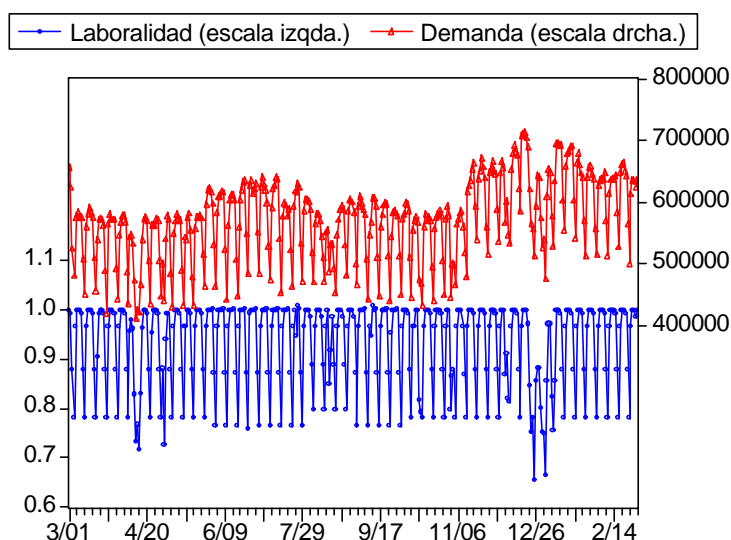
2.-Datos empleados

2.1.-Demanda de electricidad

La variable analizada es la demanda agregada de electricidad (MWh) a nivel peninsular con datos diarios, que se denotará por $D_{dd/mm/aa}$ (demanda del día dd del mes mm del año aa) o, abreviadamente, D_t . El período objeto de estudio es el comprendido entre agosto de 1995 y agosto de 2003. La demanda de electricidad exhibe una tendencia y estacionalidad persistentes, asimismo, dada la frecuencia diaria de los datos analizados es patente el carácter dominante de la laboralidad, aspecto destacado previamente por, entre otros, Vicéns (1990) y Moral y Vicéns, (2003).

La laboralidad presente en la serie es analizada con detalle en Moral y Vicéns (2003), quienes identifican distintos tipos de días, en función de su carácter festivo o no, del día de la semana y de su pertenencia o no a períodos festivos amplios. Dado que el detalle de la metodología desarrollada en dicho trabajo excedería la finalidad de este artículo, tan sólo nos limitaremos a utilizar los resultados finales, los cuales se traducen en una variable diaria denominada laboralidad que consiste en el coeficiente de equivalencia de los distintos tipos de día, el cual “transformaría” cualquier tipo de día en un “día tipo”⁴ o más habitual. Con esta variable se puede eliminar de la serie de demanda los efectos de calendario, los cuales “enmascaran” el alcance del resto de condicionantes de la demanda.

Gráfico 1.- Demanda de electricidad (MWh) y laboralidad. Marzo 2001–Marzo 2002.



2.2.-Temperatura.

A pesar de que metodológicamente resulta más conveniente efectuar un análisis desagregado, sectorial y geográfico, de la demanda de electricidad, este planteamiento resulta inviable dadas las limitaciones presentes. La imposibilidad de contar con una

⁴ Día tipo es el miércoles no festivo, día que sirve de referencia para clasificar toda la posible casuística de días que pueden producirse en un año.

adecuada desagregación de las series de demanda, se plasma en que las variables explicativas se han de considerar de forma agregada, del mismo modo, las ecuaciones de comportamiento y los parámetros obtenidos reflejan respuestas agregadas o promedio.

En el estudio de la sensibilidad del consumo eléctrico a la temperatura, estas limitaciones de información se plasman en dos aspectos esenciales y que pueden dar lugar a críticas. De una parte, el estudio agregado exige disponer de una variable explicativa agregada, es decir, un indicador de temperatura peninsular, y de otra parte, ha de asumirse una respuesta a las variaciones de temperatura homogénea entre los diferentes sectores.

La España peninsular carece de un comportamiento climático homogéneo, por lo tanto no es posible determinar de manera inmediata un indicador de temperatura a nivel peninsular. En base a esta limitación, el procedimiento seguido para obtener un indicador de temperatura representativo es el siguiente:

1. Determinación de zonas climáticas homogéneas. A partir de los valores medios⁵ diarios de temperatura registrados en los 47 observatorios correspondientes a cada capital de provincia, se delimitan 7 zonas geográficas homogéneas según un análisis tipo cluster.
2. Selección de observatorios representativos de cada zona climática, según distancia al centroide de cada grupo homogéneo.
3. Obtención del indicador de temperatura peninsular. Una vez seleccionados los observatorios se obtiene una medida de temperatura peninsular a nivel agregado, como media ponderada de las temperaturas registradas en cada observatorio

⁵ Media simple de los valores de temperatura máxima y mínima registrada en un día concreto para un observatorio determinado.

representativo. Las ponderaciones utilizadas en este caso se obtienen a partir de la población según las cifras del censo de población del INE de 2001.

2.3.- Tratamiento de la tendencia y la estacionalidad

Dado que el objetivo de esta investigación se centra en exclusiva en el análisis de la respuesta de la demanda a las variaciones de temperatura, la existencia de tendencia y estacionalidad no ligada a condiciones climáticas ⁶ en la demanda crea la necesidad de proceder previamente a tratar dichos componentes.

Aún cuando otras alternativas pueden considerarse también adecuadas⁷, se ha considerado que la tendencia puede representarse adecuadamente mediante un polinomio temporal de grado tres, y que la estacionalidad no climática puede representarse simplemente por una ficticia en el mes de agosto. Estos elementos, tendencia y estacionalidad no climática, junto con la laboralidad componen, lo que denominaremos, el componente determinista de la demanda, el cual se “eliminará” de la serie de demanda de forma previa al análisis de la sensibilidad a la temperatura.

Para filtrar estos componentes se estima por MCO el modelo:

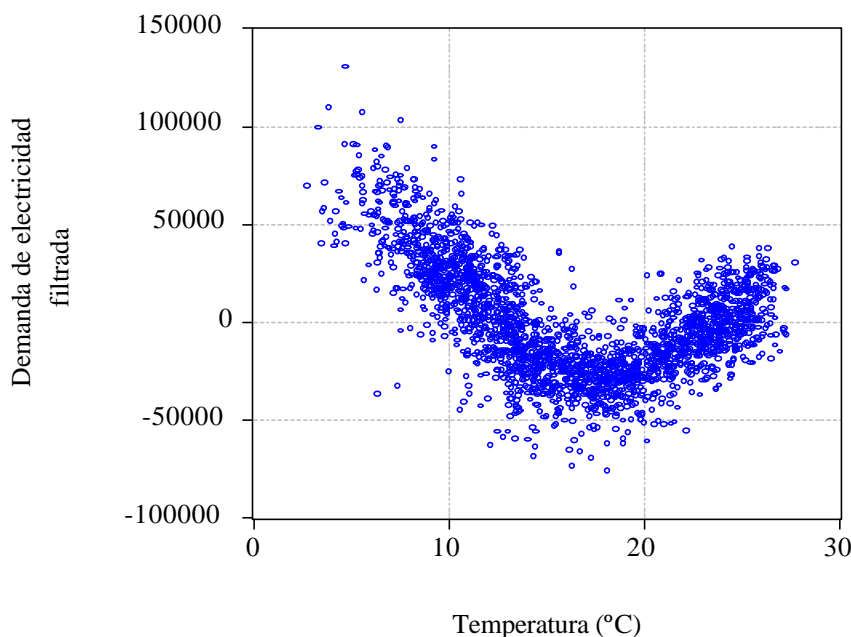
$$D_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \mathbf{a}_2 t^2 + \mathbf{a}_3 t^3 + \mathbf{a}_4 I_{agosto} + \mathbf{a}_5 Lab_t + DF_t$$

Donde D_t , es la demanda agregada de electricidad, t es una variable temporal ($t = 0,1,2,\dots$), I_{agosto} es una variable ficticia que toma el valor 1 si la observación de la demanda corresponde al mes de agosto, Lab_t es la variable de laboralidad cuya elaboración se detalla en Moral y Vicéns (2003) y DF_t es el componente residual o demanda de electricidad filtrada del componente determinista.

⁶ En concreto nos referimos a la estacionalidad provocada por el “parón” estival, el cual genera una considerable reducción de la demanda de electricidad en el mes de agosto.

⁷ Véase, por ejemplo, el trabajo de Kayser y Maravall (2000) sobre tratamiento de la tendencia, si bien su aplicación a datos diarios no resulta inmediata ni sencilla.

Gráfico 2.- No linealidad de la respuesta de la demanda de electricidad.



Filtrados los componentes deterministas, es posible apreciar, mediante un simple análisis gráfico, la no linealidad de la respuesta de la demanda de electricidad a las variaciones de temperatura. Tal y como pone de manifiesto el gráfico 2, la curva de respuesta presenta una forma de V asimétrica con un mínimo en torno a los 18 °C, forma similar a la ya apuntada en los trabajos, ya mencionados, de Engle et al. (1986), Sailor y Muñoz (1997) , Valor et al. (2001) o Pardo et al. (2002).

3.-Análisis de los umbrales de repuesta mediante modelos de transición suave (“smooth transition regression models”).

La no linealidad de la respuesta de la demanda de electricidad a las temperaturas está provocada por el hecho de que la demanda aumenta al disminuir la temperatura (con temperaturas “bajas”) y al aumentar ésta (con temperaturas “altas”). A fin de incorporar dicho comportamiento en un modelo lineal la postura tradicional ha sido la de segmentar el espacio de variación de las temperaturas en dos nuevas variables, y por

tanto segregando el comportamiento de la demanda cuando las temperaturas son “frías” y cuando las temperaturas son “cálidas”.

En base a esta segmentación, se construyen las variables auxiliares HDD y CDD, las cuales recogen los requerimientos energéticos para “calentar” (“heating degree days”) cuando las temperaturas son bajas y los requerimientos para “enfriar” (“cooling degree days”) cuando las temperaturas son altas. Ambas variables permiten construir un modelo lineal que elude las limitaciones derivadas del comportamiento de la demanda.

A pesar de los buenos resultados producidos por este método, no está exento de limitaciones. En concreto, este procedimiento exige delimitar las temperaturas “frías” y “cálidas” en base a la superación de un determinado o determinados umbrales de temperatura, los cuales suelen cuantificarse por simple inspección gráfica, sin que la validez de dichos umbrales se someta a algún tipo de comprobación. Asimismo la consideración de un único umbral o de un umbral doble no resulta trivial, dado que en el primer caso supondría que superado en un sentido u otro el umbral se produciría automática y bruscamente un cambio de comportamiento de la demanda, mientras que el considerar dos umbrales permite suponer que para el rango intermedio de temperaturas no se produce una respuesta apreciable en la demanda.

Estas limitaciones pueden ser superadas mediante la utilización de modelos más desarrollados y que actualmente cuentan con un soporte teórico sólido y que han sido utilizados con notable éxito en múltiples áreas. Estos modelos, no lineales, se englobarían en los denominados modelos “alternantes” o “switching” según los cuales una serie temporal puede ser caracterizada a partir de distintos modelos lineales que prevalecen en un determinado estado y que se suceden o alternan entre sí. Las características de estos modelos se adaptan adecuadamente al comportamiento de la

demanda de electricidad, en cuanto que puede asociarse de forma inmediata los diferentes estados a las condiciones de temperatura.

Dado que la respuesta de la demanda con temperaturas “frías” difiere de la que presenta con temperaturas “cálidas” (bien por diferencias en el uso, tipo de equipamiento o por la tecnología incorporada al mismo), asumiremos que la respuesta de la demanda de electricidad⁸ (DF_t) a la temperatura⁹ (TMP_t) puede representarse genéricamente a partir de un modelo lineal con dos estados, dado por la expresión:

$$DF_t = \mathbf{m}_{S_t} + TMP_t \mathbf{b}_{S_t} + \mathbf{e}_t ,$$

con $\mathbf{e}_t \sim N(0, \mathbf{S}_{S_t}^2)$, y $S_t = 1, 2$ representado cada uno de los dos estados (temperaturas “frías” o “cálidas”) que puede presentar la serie de demanda.

Establecer diferentes suposiciones sobre la prevalencia y sucesión de los estados en que puede hallarse la demanda permite profundizar en el análisis de la demanda de electricidad y cómo ésta responde a condiciones climáticas cambiantes, aspecto sumamente importante en la gestión y planificación del sistema de distribución de energía eléctrica.

3.1.-Análisis de los estados.

El punto de partida en el análisis de la curva de respuesta consiste en asumir que la demanda puede estar en un régimen u otro entre los que alterna de forma independiente. A partir de este supuesto y asumiendo normalidad en la perturbación,

$\mathbf{e}_t \sim N(0, \mathbf{S}_{S_t}^2)$, el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo vendría dada, con

T observaciones, por:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left[\sum_{S_t=1}^2 f(DF_t | S_t, \mathbf{y}_{t-1}) \Pr(S_t | \mathbf{y}_{t-1}) \right] \quad [1]$$

⁸ Demanda de electricidad filtrada de efectos deterministas.

⁹ Puede considerarse un vector de variables climáticas, económicas u otro tipo.

donde $f(DF_t|S_t, \mathbf{y}_{t-1}) = \frac{1}{\mathbf{s}_{S_t} \sqrt{2\mathbf{p}}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{DF_t - \mathbf{m}_{S_t} - TMP_t \mathbf{b}_{S_t}}{2\mathbf{s}_{S_t}} \right)^2 \right]$ y siendo

$PR(S_t|\mathbf{y}_{t-1})$ la probabilidad de que el modelo se encuentre en el estado S_t (1 ó 2) dada la información disponible hasta el período t (\mathbf{y}_{t-1}).

Asumiendo que la probabilidad de que el modelo se encuentre en un estado determinado es independiente de valores pasados, se tendrá que $PR(S_t = 1|\mathbf{y}_{t-1}) = PR(S_t = 1) = p$ y por lo tanto $PR(S_t = 2) = 1 - p$.

Este modelo, que se identifica inmediatamente con el modelo de regresiones cambiantes propuesto originalmente por Goldfeld y Quandt (1976) puede estimarse fácilmente mediante el algoritmo EM detallado en Quandt (1988). El objetivo de este estudio no se halla en el modelo en sí, sino que la finalidad del mismo es obtener una primera aproximación a los determinantes del “cambio” de régimen, para ello se estima el modelo mediante el algoritmo EM, “recuperándose” las probabilidades de estado del paso E (“*expectation*”) del algoritmo, las cuales viene dadas por la expresión:

$$\Pr(S_t = i|\mathbf{y}_t) = \frac{f[DF_t|S_t = i] \Pr[S_t = i]}{\sum_{S_t=1}^2 f(DF_t|S_t) \Pr(S_t)} \quad (i=1,2) \quad [2]$$

La expresión [2] proporciona la probabilidad bayesiana de que la observación de la variable DF_t haya sido generada por el modelo que prevalece en el estado i -ésimo.

Estimando el modelo y calculando la expresión [2], se representan las probabilidades de estado en los gráficos 3 y 4, desde un punto de vista temporal y, lo que resulta más interesante, en relación a la temperatura. Como puede apreciarse en dichos gráficos, sin imponer restricciones en el modelo, la vinculación entre temperatura y “estado” es manifiesta. Uno de los dos estados presenta una elevada probabilidad de ocurrencia

cuando las temperaturas son inferiores a 13°C ¹⁰, y muy reducida cuando la temperatura excede los 20°C , lo que permitiría identificar este estado con el correspondiente al de temperaturas “frías”. Entre esas temperaturas existe una zona de indefinición en la que las probabilidades de pertenencia a un determinado estado se sitúan en el intervalo 0,4-0,6, situación que correspondería a las estaciones de primavera y otoño.

Gráfico 3.- Demanda de electricidad y probabilidad de ocurrencia del estado 1.

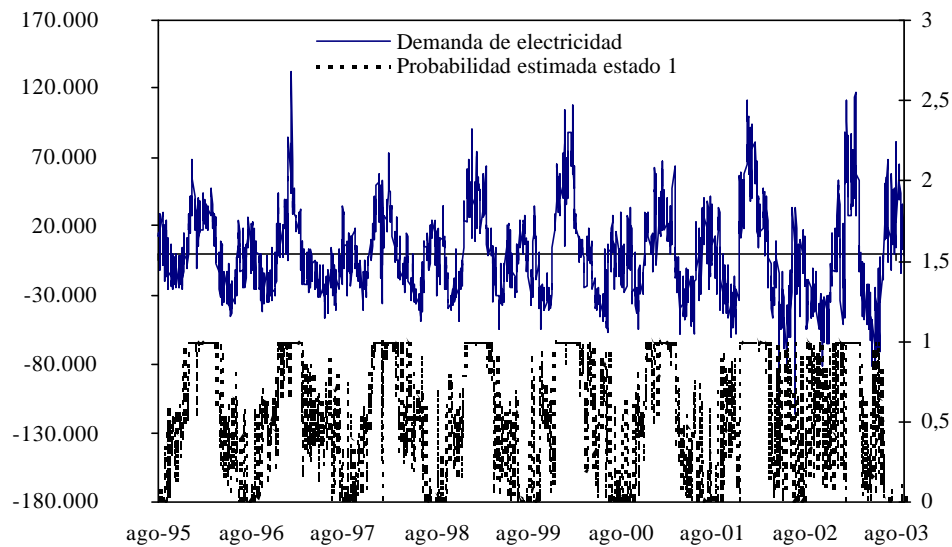
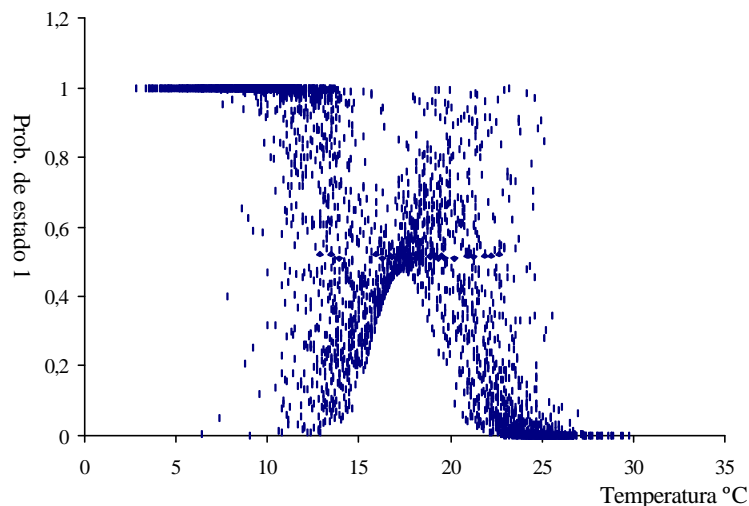


Gráfico 4.- Probabilidad estado 1 v. temperatura



¹⁰ Dado que los estados son complementarios, una probabilidad alta asociada a un estado conlleva necesariamente una probabilidad baja del otro estado.

Junto a las características señaladas, puede apreciarse la existencia de una zona de transición suave entre un estado y otro, en la que la probabilidad de estado varía progresivamente sin saltos bruscos. Este comportamiento es congruente con la progresiva sustitución de equipamiento específico de “invierno” o “frío” por el específico de “verano” o “calor” conforme las temperaturas van aumentando, proceso que es paulatino aunque con frecuentes “retrocesos” en el paso de un estado a otro.

3.2.-Modelo STR de respuesta de la demanda de electricidad a la temperatura

Los resultados del análisis presentado en el apartado anterior sugieren que la transición entre el equipamiento de “frío” al de “calor” es paulatino y dista de producirse bruscamente. Este comportamiento es “capturado” adecuadamente por los denominados modelos de transición suave o modelos STR (“smooth transition”), en los que la probabilidad de prevalencia de un estado responde a una función genérica, $G(z_t, \mathbf{g}, c)$ continua y acotada en el intervalo $[0,1]$, que depende de una variable de transición, z_t , y de los parámetros γ y c . Este último parámetro determina para que valores de la variable z_t , se produce el cambio de régimen y en ocasiones se denomina “umbral”.

En la investigación presentada se ha optado por un modelo tipo LSTR (“logistic smooth transition”), dado que la función logística representa adecuadamente el paso de un régimen en la demanda de electricidad (correspondiente a “temperaturas frías”) a otro (“temperaturas cálidas”), existiendo una zona de indefinición entre ambos, en los que no predomina ninguno de ellos. Se han descartado¹¹ los modelos ESTR (“exponential smooth transition”) dado que con una función exponencial (véase el

¹¹ La aplicación de los métodos de selección entre modelos LSTR o ESTR propuestos por Escribano y Jordá (1999) y Teräsvirta (1994) no permiten obtener una conclusión clara, tal y como se pone de manifiesto en el cuadro 2, dado que resulta problemático comparar las probabilidades de error en el rechazo de las distintas hipótesis nulas cuando en todos los casos éstas son prácticamente cero.

gráfico 9 con la comparación entre los dos tipos de funciones) los dos estados se asociarían, respectivamente, a una situación de temperaturas extremas y a una situación de temperaturas “medias”, no pudiéndose aceptar a priori que la demanda de electricidad correspondiente a temperaturas frías y a temperaturas cálidas pueda enmarcarse dentro de un mismo “estado” o régimen.

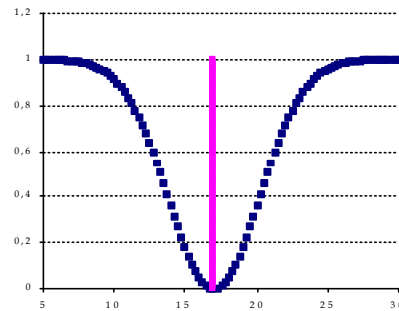
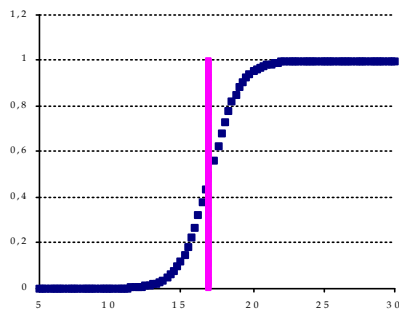
Gráfico 5.-Funciones de transición $G(z_t, \mathbf{g}, c)$.

a) Función logística $\mathbf{g}=1$ y $c=17$.

b) Función exponencial $\mathbf{g}= 0.05$ y $c=17$.

$$G(z_t, \mathbf{g}, c) = [1 + \exp\{-\mathbf{g}(z_t - c)\}]^{-1}$$

$$G(z_t, \mathbf{g}, c) = 1 - \exp\{-\mathbf{g}(z_t - c)^2\}$$



El modelo LSTR propuesto para la modelización de la respuesta de la demanda de electricidad a las temperaturas, puede expresarse (Teräsvirta, 1998) conforme a,

$$DF_t = (\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 TMP_t)[1 - G(TMP_t; \mathbf{g}, c)] + (\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 TMP_t)G(TMP_t; \mathbf{g}, c) + \mathbf{u}_t \quad [3]$$

donde en la ecuación [3], se ha asumido que la variable de transición es la temperatura media registrada en el mismo día, TMP_t , siendo la función de transición de tipo logístico $G(TMP_t, \mathbf{g}, c) = [1 + \exp\{-\mathbf{g}(TMP_t - c)\}]^{-1}$. Por simplicidad, se supondrá que \mathbf{n}_t

se distribuye idéntica e independientemente como una variable aleatoria normal¹² con esperanza nula y varianza σ^2 .

Los valores estimados de los parámetros y su desviación típica se muestran en el cuadro 3, habiéndose utilizado en la estimación los métodos de mínimos cuadrados no lineales (MCNL), propuesto por Teräsvirta (1994 y 1998) y máxima verosimilitud (MV).

Cuadro 2.-Selección modelos LSTR o ESTR.

Método de Teräsvirta (1994)

Regresión auxiliar : $DF_t = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1TMP_t + \mathbf{b}_1'TMP_t^2 + \mathbf{b}_2'TMP_t^3 + \mathbf{b}_3'TMP_t^4 + \mathbf{x}_t$		
$H_{03}: \mathbf{b}_3 = 0$	$H_{02}: \mathbf{b}_2 = 0 \mathbf{b}_3 = 0$	$H_{01}: \mathbf{b}_1 = 0 \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_3 = 0$
F=171,6634	F=70,78191	F=3716,719
Prob. 0.00000	Prob. 0.00000	Prob. 0.00000

Método de Escribano y Jordá (1999)

Regresión auxiliar:	
$DF_t = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1TMP_t + \mathbf{b}_1'TMP_t^2 + \mathbf{b}_2'TMP_t^3 + \mathbf{b}_3'TMP_t^4 + \mathbf{b}_4'TMP_t^5 + \mathbf{h}_t$	
$H_{0E}: \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_4 = 0$	$H_{0L}: \mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_3 = 0$
F=97,17981	F=78,44569
Prob. 0.00000	Prob. 0.00000

Conforme al modelo LSTR estimado, la respuesta de la demanda de electricidad presenta un cambio de comportamiento a partir de 15,42°C, temperatura para la que función de transición alcanza un punto de inflexión, o alternativamente, la probabilidad de que la respuesta observada en la demanda sea la correspondiente a uno de los estados es igual a 0.5.

¹² La normalidad de la perturbación no es un requisito indispensable (van Dijk et al., 2000). Esta restricción se impone simplemente para estimar el modelo por máxima verosimilitud asumiendo una distribución normal.

Cuadro 3.- Resultados estimación modelo LSTR (*)

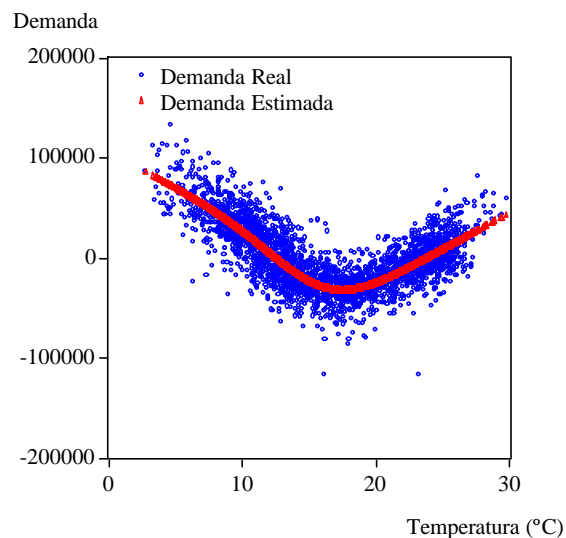
$$DF_t = (\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 TMP_t)[1 - G(TMP_t; \mathbf{g}, c)] + (\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 TMP_t)G(TMP_t; \mathbf{g}, c) + \mathbf{u}_t ;$$

$$G(TMP_t, \mathbf{g}, c) = [1 + \exp\{-\mathbf{g}(TMP_t - c)\}]^{-1}$$

Parámetro	Método de estimación	
	Máxima verosimilitud	Mínimos Cuadrados no lineales
\mathbf{a}_1	105,4998 (5,312440)	105,5003 (6,170249)
\mathbf{a}_2	-6,479369 (1,136533)	-6,479481 (1,227945)
\mathbf{b}_1	-269,9439 (10,54021)	-269,9432 (10,44514)
\mathbf{b}_2	13,47021 (0,774074)	13,47027 (0,829253)
\mathbf{g}	0,404822 (0,037710)	0,404824 (0,037162)
c	15,41746 (0,650561)	15,41751 (0,686990)
Desv. Típica residuo ($\hat{\mathbf{S}}$)	18,37945	18,39504
Log-verosimilitud del modelo	-12782,17	-12782,17
AIC ("Criterio informativo de Akaike")	8,665	8,664
SC ("Criterio informativo de Schwarz")	8,679	8,676

(*) Entre paréntesis aparece la desviación típica del parámetro estimado ("error estándar")

Gráfico 6.-Curva de respuesta real y estimada

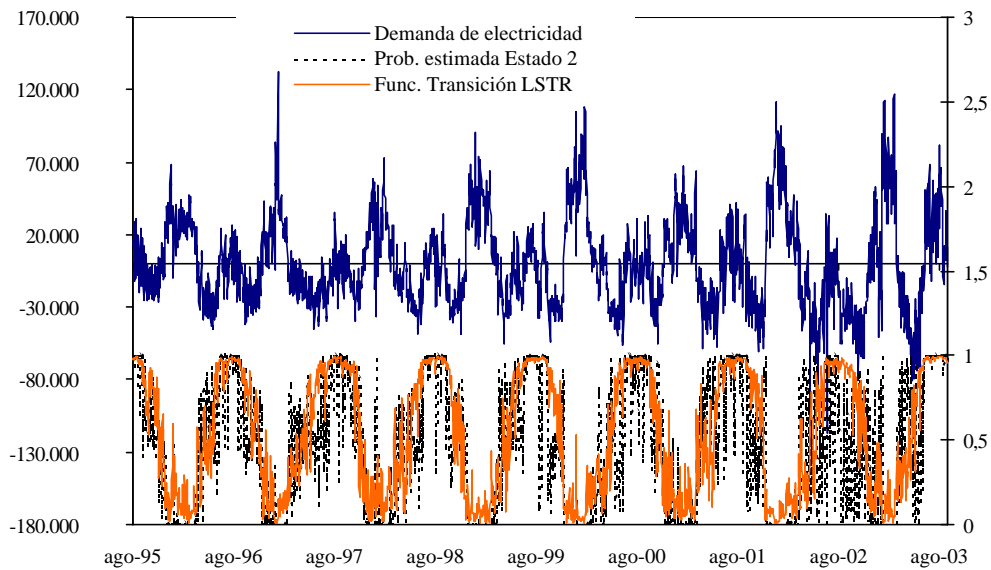


El modelo estimado permite obtener una representación "teórica" del consumo de energía eléctrica a la temperatura, la cual queda reflejada en el gráfico 6, en el que se representa asimismo la respuesta observada en la demanda de electricidad frente a las variaciones de temperatura.

Como queda patente en el gráfico 7, la evolución de la función de transición $G(TMP_t, \mathbf{g}, c)$ y de la probabilidad de estado, a posteriori, definida en el apartado 3.1, $\Pr(S_t = i | \mathbf{y}_t)$, $i = 1, 2$, son similares. A pesar de ello, existen diferencias concentradas principalmente en los tramos de temperaturas intermedias, tal y como queda recogido en el gráfico 8. Estas divergencias se deben a la falta de predominio claro de alguna de las dos estructuras implícitas en el modelo LSTR asociadas en cada caso a las “temperaturas frías” y las “temperaturas cálidas” y que dan lugar a asignaciones de probabilidades de estado diferentes de las que se derivarían del modelo LSTR.

El gráfico 9 puede ayudar a la hora de comprender la falta de coincidencia en los resultados. La distribución de temperaturas, como se aprecia en el gráfico 9, se aleja considerablemente de una distribución normal, dado que es platocúrtica y prácticamente bimodal, siendo los valores de temperaturas más frecuentes aquellos comprendidos en los tramos $8^{\circ}\text{C}-12^{\circ}\text{C}$ y $20^{\circ}\text{C}-24^{\circ}\text{C}$. Como se ha señalado las divergencias se centran esencialmente en el tramo de temperaturas comprendido entre los 10 y 15°C , tramo que comprende temperaturas registradas principalmente, y por el orden explicitado, en los meses de abril, marzo, octubre, noviembre y mayo, meses que se caracterizan por unas temperaturas con gran dispersión, como queda patente en el cuadro 4.

Gráfico 7.- Demanda de electricidad, probabilidad estado 2 y función de transición LSTR estimada (*)



(*) En la parte superior del gráfico está representada la demanda de electricidad corregida de elementos deterministas. En la parte inferior se recogen tanto la probabilidad de estado 2 como el valor de la función de transición LSTR.

Gráfico 8.- Probabilidad estado 2 y función de transición LSTR estimada vs. Temperatura.

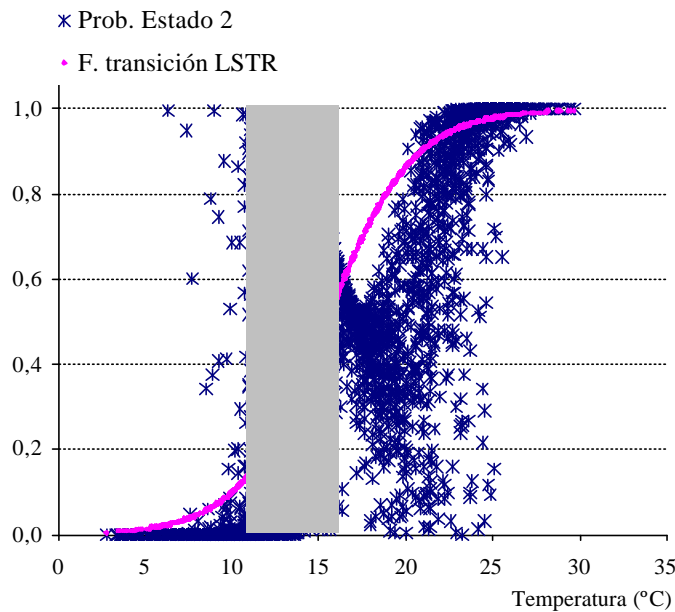
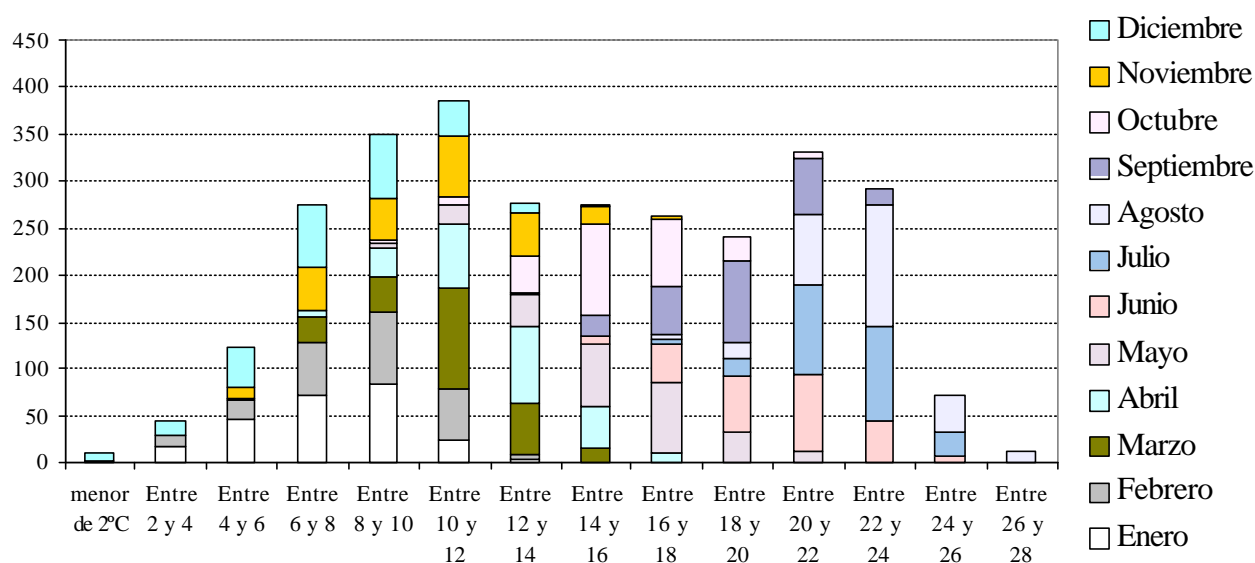


Gráfico 9.-Histograma temperaturas



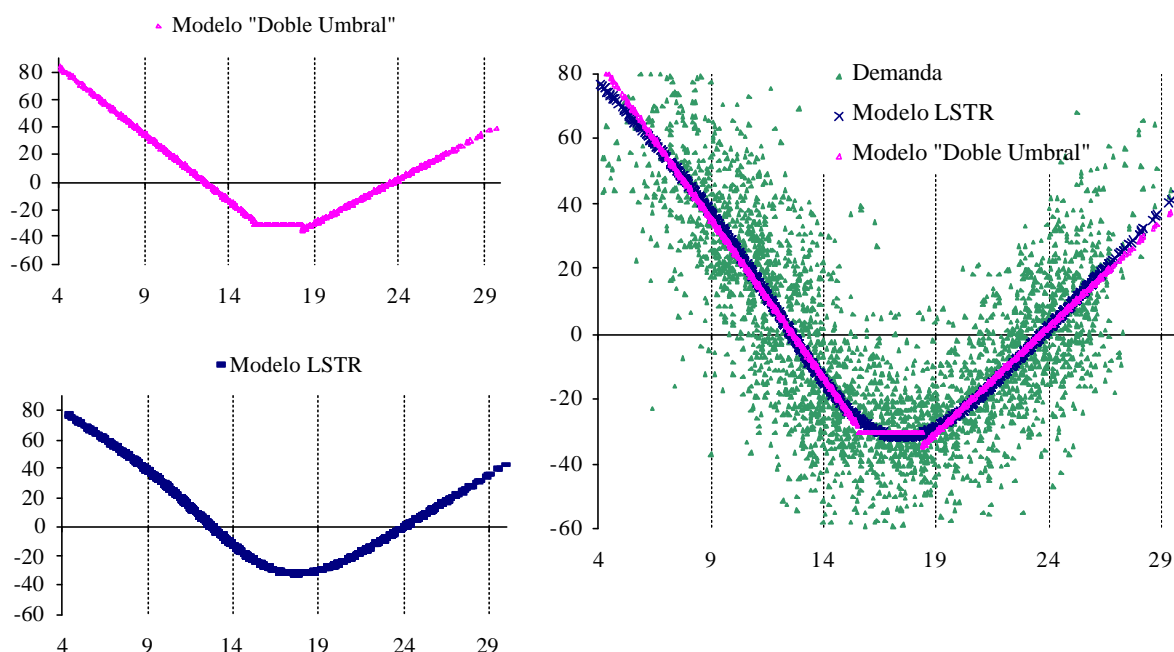
Cuadro 4.- Estadísticos básicos de la variable Temperatura

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Media	9,39	10,40	12,98	14,36	17,60	22,09	23,98	24,61	21,02	17,66	12,32	9,83
Desv. Típica	2,32	2,25	2,04	2,14	2,69	2,21	1,74	1,79	2,13	2,07	2,80	2,76
Coef. Variación	0,25	0,22	0,16	0,15	0,15	0,10	0,07	0,07	0,10	0,12	0,23	0,28
Rango	11,08	10,94	11,86	10,90	13,66	11,36	9,77	10,15	10,17	12,56	14,32	13,64
Amplitud intercuartil	3,17	2,85	2,40	2,64	3,28	3,20	2,29	2,15	3,01	2,52	4,49	3,70

A pesar de estas limitaciones, el modelo LSTR captura adecuadamente la no linealidad presente en la demanda de electricidad, así como la suave transición que se produce al pasar de un régimen caracterizado por unas temperaturas frías al régimen correspondiente a unas temperaturas cálidas. Esta característica es la principal diferencia existente entre el modelo presentado y una aproximación basada en las funciones CDD y HDD con doble umbral, si bien la respuesta teórica de ambas aproximaciones¹³ es bastante similar, tal y como se pone de manifiesto en el gráfico 10.

¹³ El considerar un modelo de umbral único supondría emplear una curva de respuesta teórica en forma de “V”, mientras que un modelo de doble umbral lleva asociada una curva de respuesta similar a una “V” truncada en su vértice, tal y como se muestra en el gráfico 14.

Gráfico 10.- Respuesta teórica a las temperaturas: modelo LSTR y modelo de doble umbral¹⁴



4.-Conclusiones

El tratamiento habitual de la no linealidad de la respuesta de la demanda de electricidad a las temperaturas consiste en segmentar las variaciones de temperatura a través de las funciones “*heating degree days*” (HDD) y “*cooling degree days*” (CDD). Estas funciones recogen número de días en que la temperatura se sitúa por debajo o por encima de los umbrales de frío y calor, y en cuantos grados se ha desviado la temperatura respecto a los umbrales. La amplia difusión de estas funciones contrasta con la ausencia de un procedimiento adecuado de determinación de los valores de las temperaturas “umbral”, así como la propia contrastación de la validez de la utilización de las funciones CDD y HDD. Frente a esta aproximación en este artículo se han

¹⁴ Conforme se detalla en la nota a pie de página número 12, el modelo de doble umbral se ha definido para unas temperaturas umbral de 15,5°C y 18,4°C.

explorado las potencialidades de distintos modelos no lineales tanto en el análisis del comportamiento de la demanda, como en su modelización y validación de los umbrales de temperatura. Entre los modelos considerados, en este artículo se ha puesto de manifiesto la capacidad de un modelo LSTR sencillo a la hora de capturar las principales características de la respuesta de la demanda a las temperaturas. La potencialidad de dicho modelo ha sido contrastada con datos de demanda y temperatura correspondientes a la España peninsular, poniéndose de manifiesto las ventajas de este tipo de modelos.

Referencias Bibliográficas

Catarlis, C., et. al. (2001). “Modifications in Energy Demand in Urban Areas as a Result of Climate Changes: An Assessment for Southeast Mediterranean Region”. *Energy Conversion & Management*. 42, 1647-1656.

Considine J. T., (2000). “The Impacts of Weather Variations on Energy Demand and Carbon Emissions”. *Resource and Energy Economics*. 22, 295-314.

Engle Robert F., Granger, C.W., Rice, John y Weiss, Andrew. (1986). “Semiparametric Estimates of the Relation Between Weather and Electricity Sales”. *Journal of the American Statistical Association*. 81, 394. 310-320.

Escribano, Alvaro y Jordá, Oscar (1999). Improved testing and specification of smooth transition regression models. En Rothman, P. (Editor). *Nonlinear Time Series Analysis of Economic and Financial Data*. Boston: Kluwer, 289-319.

Filippini, Massimo.(1995). “Swiss residential demand for electricity by time-of-use”. *Resource and Energy Economics*. 17 (3), 281-290.

Hansen, Bruce E. (1998). “Sample splitting and threshold estimation”. Mimeo. Dept. Economics, Boston College.

Henley, A., Peirson, J. (1997). “Non-Linearities in Electricity Demand and Temperature: Parametric versus Non Parametric Methods”. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 59,1.149-162

Henley, A., Peirson, J., (1998). “Residential Energy Demand and the Interaction of Price and Temperature: British Experimental Evidence”. *Energy Economics*. 20, 157-171.

Johnsen, Tor Arnt. (2001). “Demand, generation and price in the Norwegian Market for Electric Power”. *Energy Economics*. 23, 227-251.

Kaiser R. y Maravall, A. “Notes on time series analysis, ARIMA models and signal extraction”. Documentos de Trabajo del Banco de España. DT 12/00.

Moral Carcedo, Julián y Vicéns Otero, José.(2003), Un modelo de previsión de la demanda de energía eléctrica: THOR II. *UAM, Instituto Lawrence R. Klein*. Documento de trabajo 04..

Pardo, A., Meneu, V. Valor E. (2002). "Temperature and seasonality influences on spanish electricity load". *Energy Economics*. 24. 55-70.

Quandt, Richard E. (1988) *The econometric of disequilibrium*. Oxford. Basil Blackwell.

Red Eléctrica. (1997). "Proyecto INDEL. Atlas de la demanda eléctrica española". Madrid. Red Eléctrica.

Sailor, D. J. y Muñoz, J. R. (1997). "Sensitivity of Electricity and Natural Gas Consumption to Climate in the U.S.A:Methodology and Results for Eight States". *Energy*, 22 (10), 987-998.

Sailor, D. J. (2001). "Relating Residential and Commercial Sector Electricity Loads to Climate--Evaluating State Level Sensitivities and Vulnerabilities". *Energy*, 26 (7), 645-657.

Teräsvirta, T. (1994). "Specification, estimation and evaluation of smooth transition autoregressive models". *Journal of the American Statistical Association*, 89, 208-218.

Teräsvirta, T. (1998). Modelling economic relationships with smooth transition regressions. En A. Ullah y David E.A. Giles (eds.) *Handbook of applied economic statistics*. Nueva York. Marcel Dekker, pp. 507-552.

Tong, H. (1999). "Non-linear time series:a dynamical system approach". Oxford. Oxford Science Publications.

Tsay,R. (1989) .”Testing and modelling threshold autoregressive processes”. *Journal of the American Statistical Association*.Vol.84 n° 405.

Tsay,R.(1998).”Testing and modelling multivariate threshold autoregressive processes.” *Journal of the American Statistical Association*.Vol.93.n° 443

Valor, E., Meneu, V., Caselles, V.(2001). “Daily Air Temperature and Electricity Load in Spain”. *Journal of Applied Meteorology*. 40. 1413-1421.

Van Dijk, Dick, Teräsvirta, Timo y Franses, Philip Hans (2000). “Smooth transition autoregressive models: A survey of recent development”. Econometric Institute Research Report EI2000-23/A.

Vicens, José (1988). “Consumo de Electricidad y Climatología. Elaboraciòn de la Temperatura Teórica Nacional”. *UAM. Centro Lawrence R. Klein*, Documento trabajo 88/3.

Vicens, José., (1990). “Consumo de Electricidad y Componentes: Laboralidad, Temperatura y Actividad Económica”. *UAM, Centro Lawrence R. Klein*. Documento de trabajo 90/6.

Yan, Y. Y. (1998). “Climate and Residential Electricity Consumption in Hong Kong”. *Energy*. 23 (1), 17-20.